

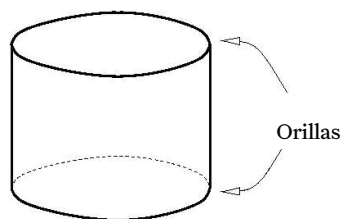
Un vistazo hacia la geometría moderna

Un tema importante dentro de esta disciplina es la topología

GIL BOR / GUANAJUATO

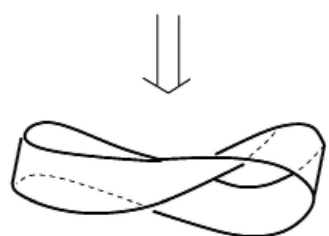
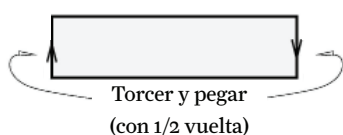
La **topología** es un área importante de la geometría moderna que estudia las propiedades de objetos geométricos que no cambian aun cuando se deforme el objeto (pero sin romperlo). Veremos aquí algunos ejemplos y dejamos otros como retos.

El **cilindro** es una superficie que tiene dos **caras** (“afuera” y “adentro”) y dos **orillas** (el círculo superior, lo de la tapa, y el círculo inferior, lo de la base).



Pregunta: ¿existe una superficie con **una** cara y **una** orilla?

La respuesta es “sí”, y es la **banda de Möbius**:



Construye una banda de Möbius de papel, y examínala con cuidado para convencerte de que tiene sólo una cara y sólo una orilla. (“Una cara” quiere decir que puedes viajar continuamente de un lado del papel al otro, sin tener que cruzar una orilla; “una orilla” quiere decir que los puntos de la orilla forman sólo una pieza [curva cerrada] y no digamos dos piezas, como en el caso del cilindro).

Podemos seguir de la misma manera: ¿existe una superficie con dos caras y una orilla? ¿Con una cara y dos orillas? ¿Con una cara y **ninguna** orilla?!

La respuesta a todas estas preguntas (y muchas más) es “sí”; aquí están en las figuras del 1 al 4 (a la derecha).

Estas propiedades (número de caras y orillas) son ejemplos de propiedades **topológicas**, propiedades de objetos geométricos que no cambian aun si deformamos a los objetos (pero sin romperlos).

De hecho, hay otra propiedad topológica interesante de estas superficies: en el cilindro, las dos orillas están separadas, mientras que uno puede preguntar si existe una superficie con digamos dos caras y dos orillas, tal que las dos orillas están **enlazadas** (o “enredadas”).

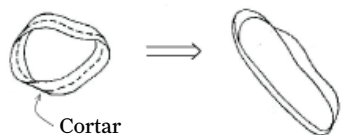
El ejemplo (1) (arriba a la derecha) es un ejemplo de tal superficie.

También puede pasar, cuando una superficie tiene una sola orilla, que esta orilla esté **anudada** (“hecha un nudo”). Esto ocurre en el ejemplo (2).

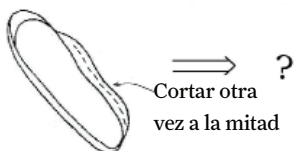
Ahora intente a decidir, para cada uno de los siguientes ejemplos a la derecha (del “zoológico topológico”), si las orillas están enredadas o no, y en caso de una sola orilla si forma un nudo.

Tomando una de estas superficies raras, hay otra cosa “irresistible” que uno pueda hacer: preparar un modelo de ellas en papel y cortarlas con tijeras. Para algunas de ellas obtenemos resultados bastante sorprendentes.

Por ejemplo: si cortas la banda de Möbius a lo largo de su “ecuador”, obtienes una sola banda ¡de doble de largo! (y no dos, como en el caso del cilindro).

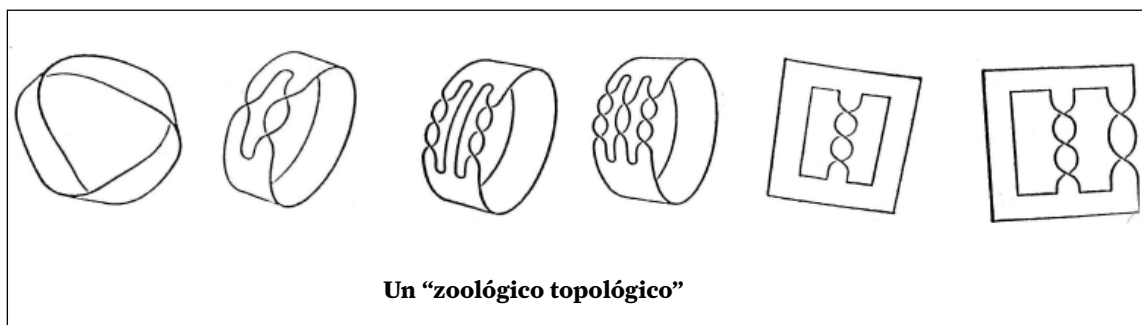
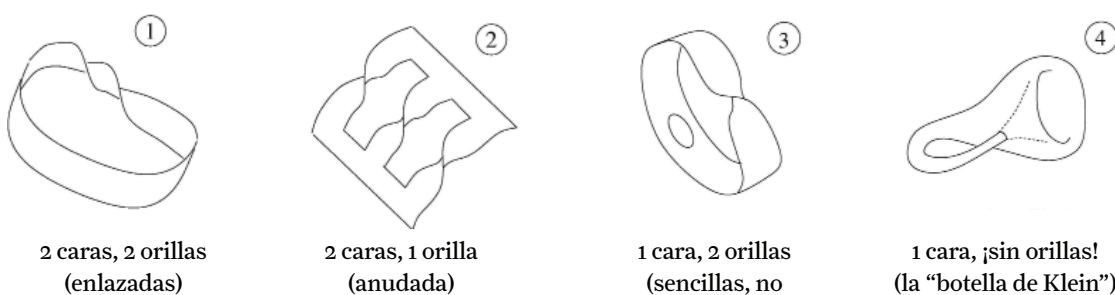


... ¿y qué pasará si volvemos a cortar a la mitad esta nueva banda larga?

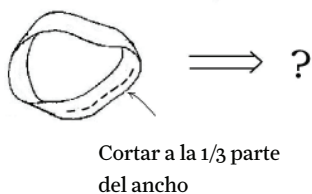


Te recomiendo intentarlo.

Luego, ¿qué pasa si cortamos la banda de Möbius, no a lo largo del “ecuador”, sino a lo largo de una línea que está a una distancia



de la orilla de un tercio de la anchura de la banda?



Cortar a la 1/3 parte del ancho

Armado con papel, tijeras, cinta adhesiva, curiosidad e imaginación, puedes así seguir explorando las propiedades topológicas de superficies. Si te gusta este tipo de actividad te sugiero consultar la página del “Rincón

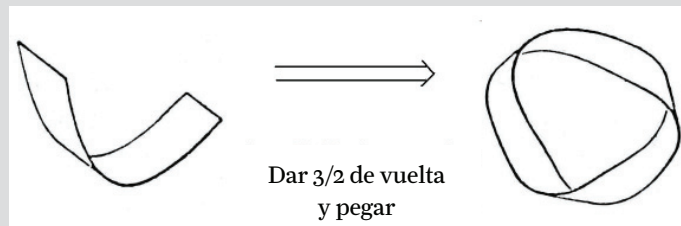
de Problemas” del Centro de Investigación en Matemáticas en Guanajuato: http://www.cimat.mx/ciencia_para_jovenes/rincon/

* gil@cimat.mx

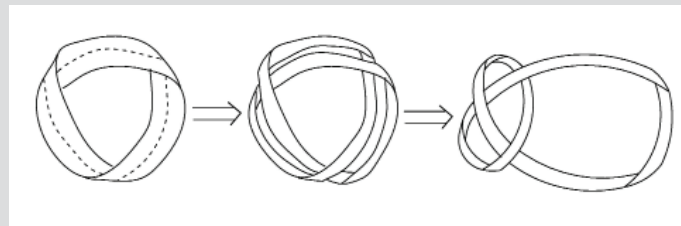
“Magia topológica”

Hay un “truco de magia” asociado con estos cortes que puedes hacer fácilmente. Lo puedes realizar en papel pero sale más impresionante si lo haces con tela. Construye una banda de Möbius, pero antes de pegarla, en lugar de darle solamente media vuelta (como en la banda de Möbius “clásica” al principio de este artículo), le das **una vuelta y media**.

Si la construyes correctamente, y luego la cortas a lo largo de su ecuador, lo que se obtiene es una sola pieza, ¡pero con un nudo!



Dar 3/2 de vuelta y pegar



Luego, en lugar de dar 3/2 de vueltas antes de pegar, puedes intentar un número distinto de vueltas. ¡Inténtalo!