

Música y Matemáticas

la buena onda

OMEGAR CALVO * / GUANAJUATO

Desde la época clásica la relación entre la música y las matemáticas ha sido explorada. En la Edad Media la Música estaba agrupada con la Aritmética, la Geometría y la Astronomía en el Cuadrivio. La Música no se consideraba un arte en el sentido moderno sino una ciencia aliada con la Matemática y la Física (la Acústica). Veamos como las Matemáticas se utilizaron en el cálculo de intervalos y la construcción de escalas.

Desde el punto de vista de la Física, el sonido es una onda, podemos hacer la analogía con lo que pasa cuando una piedra cae al agua, se producen olas que se desplazan radialmente a partir del lugar del choque, de la misma manera, cuando un cuerpo vibra, transmite esta vibración al aire de manera radial a una velocidad de 340 metros por segundo, que nosotros percibimos como sonido.

Los atributos de las ondas son la amplitud, frecuencia, duración, en el caso de las ondas sonoras, estas propiedades las percibimos como intensidad o volumen, altura-escala de graves y agudos-, duración, finalmente, una onda se descompone como la suma de ondas más simples, llamadas armónicos, en el caso del sonido, esta propiedad nos da el timbre, y nos permite distinguir, aún cuando se toque la misma nota, un violín de un piano.

Amplitud:

Observamos que entre mayor sea la piedra que cae al agua, mayor el tamaño de las olas que se producen. Con las ondas sonoras sucede lo mismo, entre mayor sea la amplitud mayor será la vibración, y el sonido será más fuerte. En el dibujo la onda de líneas continuas tiene mayor volumen que las otras dos. El rango dinámico de un instrumento musical es el rango entre el sonido más suave y más fuerte, por ejemplo, una guitarra clásica tiene un rango dinámico menor que el de un piano. El nombre original del piano es piano forte que quiere decir suave y fuerte haciendo referencia al amplio rango dinámico.

Frecuencia:

Esta se mide en ciclos por segundo o Hertz (Hz) y corresponde a la altura del sonido, entre mayor sea la frecuencia, más agudo será

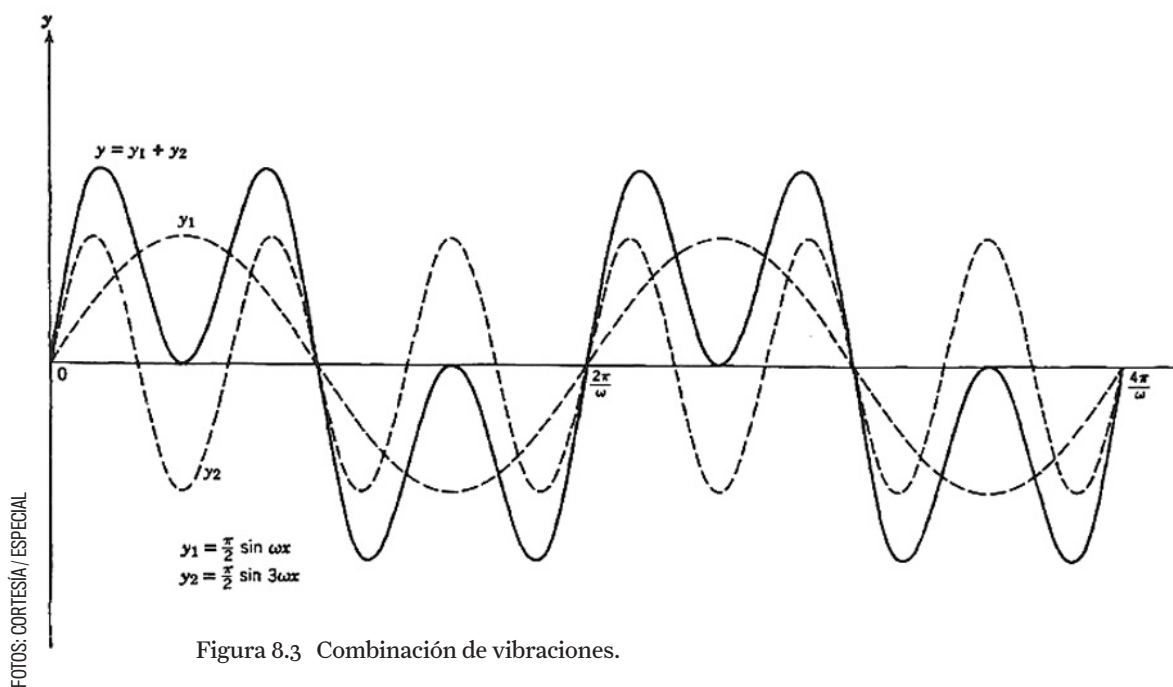
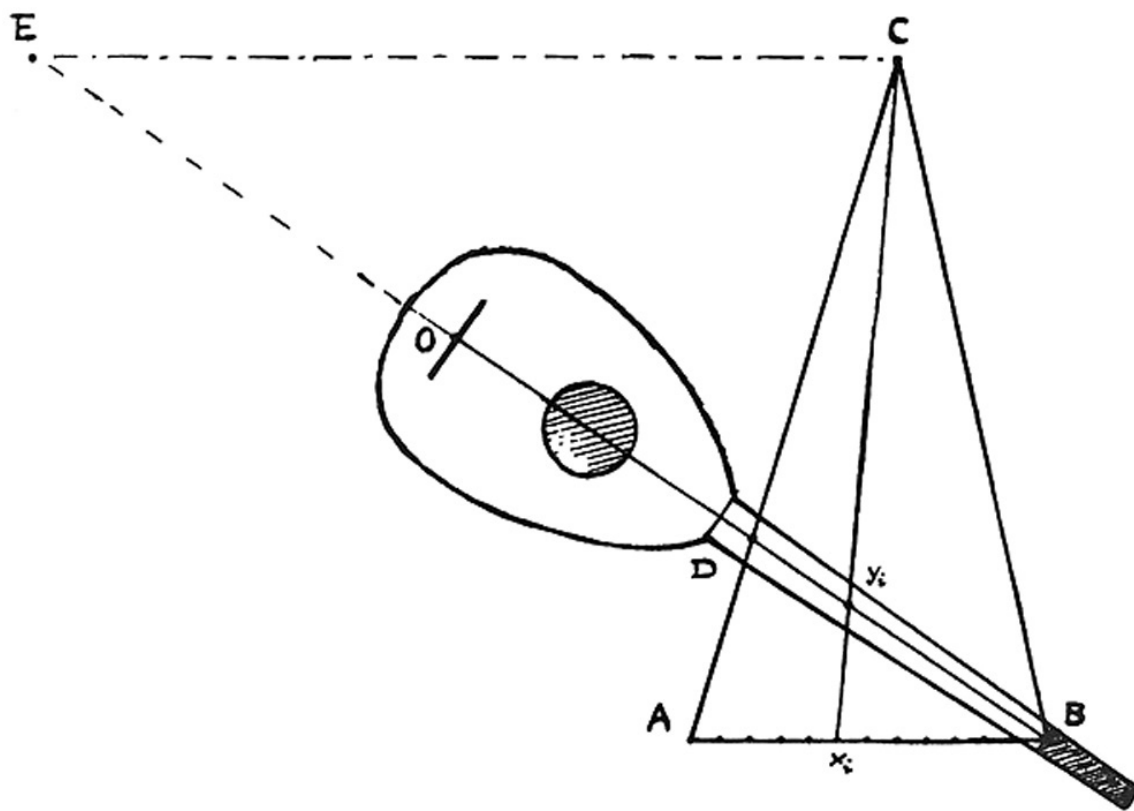


Figura 8.3 Combinación de vibraciones.

el sonido. La nota "La" que se usa como referencia para afinar, tiene una frecuencia de 440 Hz. El cambio de la frecuencia, o sea la altura, es lo que produce la melodía en la música. A grosso modo, las frecuencias que podemos escuchar van de los 20 a 20 mil Hz.

El hecho fundamental es que si tenemos un sonido a una frecuencia f , la misma nota a una octava más alta tendrá una frecuencia $2f$, y un octava más baja su frecuencia será de la mitad, la extensión de un instrumento, es el rango de frecuencias que pueden ser tocadas por este instrumento, por ejemplo, la extensión del violonchelo va de una nota "Do" de frecuencia de 65Hz. hasta

una "La" de 1,760Hz. El piano tiene también una extensión muy grande superada sólo por algunos órganos.

Si ahora tocamos la nota "Re" que sigue del "Do" más grave del violonchelo, esta nota tiene una frecuencia de 73Hz, solamente una diferencia de 8Hz nos da un tono, sin embargo

Tres octavas más altas el Do es de 520 HZ y el Re de 584 (hay que multiplicar las frecuencias por 8), para obtener la diferencia de tono necesitamos 64 Hz una diferencia de 8 sólo sonaría más bien como un "Do" desafinado ligeramente alto.

Veamos ahora lo que sucede en un instrumento de cuerda. La nota que produce

una cuerda al vibrar depende de los siguientes factores:

1. La tensión, a mayor tensión, el sonido es más agudo.
2. El grosor de la cuerda, entre más gruesa sea la cuerda, el sonido es más grave.
3. La longitud, entre más larga produce un sonido más grave (compare un violín con un contrabajo).

Fijemos la tensión y grosor de la cuerda y veamos el efecto de cambiar su longitud. Si L es la longitud original y produce una vibración a una frecuencia f , y ahora hacemos que esta tenga la mitad de la longitud (ahora la longitud es $(1/2)L$), el efecto es que la vibración resultante tiene frecuencia $2f$ y la nota producida es una octava más aguda. Si observamos el brazo



Un poco de historia

Daniel Strähle, quien se dedicaba a construir instrumentos de cuerda, publicó en 1743 en la revista de la academia de Ciencias de Suecia su método para colocar los trastes en uno de sus instrumentos.

Primero construye un triángulo isósceles de base AB de longitud L subdividido en 12 segmentos iguales denotados con letras x , los lados AC y BC tienen longitud $2L$ y están subdivididos en 24 segmentos. En el lado BC escogemos el D punto a distancia 7 del punto A y escogemos los puntos y en el mango de acuerdo a la figura.

de la guitarra, las subdivisiones del mango, llamadas trastes, están puestas para que las notas producidas difieran por semitonos cuando colocamos el dedo entre dos subdivisiones consecutivas. Podemos apreciar en la figura que los tamaños de los trastes son cada vez más pequeños a medida que nos acercamos al cuerpo de la guitarra.