Modelos Estocásticos I

Objetivos generales

- Familiarizar al estudiante con las herramientas básicas de probabilidad y su utilidad en la modelación estocástica.
- Introducir los modelos fundamentales de procesos estocásticos discretos y continuos.
- Adquirir intuición sobre los modelos estudiados así como habilidad para hacer simulaciones utilizando herramientas informáticas.
- Hacer uso de la inferencia estadística para, en los temas que así lo permitan, obtener información de los modelos estudiados.

Objetivos específicos

Estudiar las propiedades básicas de las cadenas de Markov a tiempo discreto y de los procesos de Poisson y entender su utilidad para construir modelos de problemáticas provenientes de diversas disciplinas.

Para este curso suponemos que el estudiante tiene familiaridad con los conceptos que se listan a continuación. De no ser así, es necesario hablar con el profesor del curso.

> Espacio muestral y eventos, probabilidades definidas sobre eventos, probabilidad condicional, eventos independientes, Formula de Bayes. Variables aleatorias discretas, principales distribuciones y su génesis. Variables aleatorias continuas, principales distribuciones y su génesis. Funciones de distribución. Esperanza de variables aleatorias. Momentos de orden superior. Distribuciones de probabilidad conjuntas. Variables aleatorias independientes. Simulación de variables aleatorias.

TEMARIO

1. Nociones Fundamentales de Probabilidad.
    - 1.1.Probabilidad condicional y esperanza condicional. Caso discreto, caso continuo, cálculo de esperanzas y probabilidades usando condicionamiento.
    - 1.2. Funciones generadoras de probabilidad y funciones generadoras de momentos. Aplicaciones.
    - 1.3.Convergencia de variables aleatorias. Relaciones entre los distintos tipos de convergencia.
2. Cadenas de Markov.
    - 2.1. Probabilidades y Matrices de Transición.
    - 2.2. Ecuación de Chapman-Kolmogorov.
    - 2.3. Clasificación de los estados, estados recurrentes y transitorios, descomposición del espacio de estados, cadenas irreducibles.
    - 2.4. Estudio de las transiciones iniciales.
    - 2.5. Ejemplos Importantes: caminatas aleatorias, caminatas aleatorias en gráficas, ruina de un jugador, modelo de Ehrenfest, modelo de inventario, modelo de Wright-Fisher, proceso de Bernoulli, procesos de ramificación, cadenas de nacimiento y muerte, sistemas de espera.
    - 2.6. Simulación de Cadenas de Markov.
3. Propiedades Asintóticas de Cadenas de Markov.
    - 3.1. Cadenas regulares, comportamiento asintótico.
    - 3.2. Inferencia estadística para cadenas de Markov finitas.
    - 3.3. Distribuciones estacionarias.
    - 3.4. Visitas a un estado recurrente, tiempo medio de regreso.
    - 3.5. Estados recurrentes nulos y positivos.
    - 3.6. Existencia y unicidad de distribuciones estacionarias.
    - 3.7. Cadenas reducibles.
    - 3.8. Convergencia a la distribución estacionaria y Teorema Ergódico.
    - 3.9. Reversibilidad.
    - 3.10. Estimación de la ley estacionaria y del tiempo de ocupación por medio de simulaciones. Algoritmo de Metrópolis. En particular, a estimar la probabilidad de extinción y a la media de la población en un proceso de ramificación.

3.11. Inferencia estadística para cadenas de Markov

4. Procesos de Poisson.
    4.1. Distribución Exponencial. Distribución Gamma. Distribución de Poisson, Ley de eventos raros
    4.2. Proceso de Poisson en R.
    4.3. Proceso de Poisson en R^d.
    4.4. Procesos de Poisson no homogéneos.
    4.5. Superposición, descomposición y otras transformaciones de Procesos de Poisson.
    4.6. Estadísticas de orden.
    4.7. Simulación.
    4.8. Inferencia estadística para procesos de Poisson homogéneos.

Referencias Bibliográficas

1. **Ishwar V. Basawa; B.L.S. Prakasa Rao**: Statistical inference for stochastic processes, London: Academic Press, 1980
2. **U. N. Bhat, G. K. Miller**, Elements of applied stochastic processes, New York : J. Wiley, 2002.
3. **M. E. Caballero, V. Rivero, G. Uribe, C. Velarde.** , Cadenas de Markov. Un enfoque elemental. Aportaciones Matemáticas: Textos # 29, Sociedad Matemática Mexicana, 2004.
4. **R. Durrett**: Essentials of stochastic processes. Springer 1999.
5. **G. R. Grimett & D.R. Stirzaker**. Probability and random processes. 2nd. Ed. Oxford, 1992
6. **P.G. Hoel, S.C. Port, & C. J. Stone**, Introduction to stochastic processes. Houghton Mifflin, 1972.
7. **D. Kannan**. An Introduction to stochastic processes. North Holland, 1979.
8. **S. Karlin & H.M. Taylor**, A first course in stochastic processes (2nd Edition). Academic Press, 1975.
9. **G. F. Lawler**: Introduction to stochastic processes. Chapman & Hall, Probability Series 2000.
10. **J. Norris**: Markov chains. Cambridge University Press 1997.
11. **S.I. Resnick**. Adventures in stochastic processes. Birkhäuser 1992.
12. **S. M. Ross**. Introduction to probability models. Academic Press 1997.
13. **S. M. Ross**. Simulation, Academic Press; 4th edition 2006.
14. **D. Stirzaker**. Stochastic processes and models, Oxford University Press 2005.

Las referencias (4), (8) (11) (12) y (14) son las que pueden resultar más útiles tomando en cuenta los objetivos de los cursos.

Clases: Lunes y Miércoles de 9:30 a 11, Salón Diego Bricio (G101), Viernes de 12:30 a 13:50, Salón 3 (G103).

Evaluación Propuesta:

Dos exámenes parciales. El primero vale 15% y el segundo 20% de la nota definitiva. Las fechas probables son: Primer examen: 17/09, segundo examen: 15/10, final: 28/11.
Un examen final que incluye toda la materia vista y vale 25% de la nota definitiva. Se hará al final del semestre.
Tareas semanales. El promedio vale 25% de la nota definitiva.
Proyecto. Vale 15% de la nota definitiva

Profesor:

Joaquín Ortega Sánchez, Oficina K-222 (H-3).
Horas de consulta: Lunes y miércoles de 3 a 4 pm.
Correo: jortega@cimat.mx
Página personal: http://www.cimat.mx/~jortega
Página del curso: http://personal.cimat.mx:8181/~jortega/modestoI16.html

Ayudantes:

Eugenio Guerrero
Ehyter Martín