31 de enero de 2017

CENTRO DE INVESTIGACION EN MATEMATICAS A.C.

POSGRADO EN PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

PROBABILIDAD AVANZADA I

[Trolebús Licenciatura MAT-410]

Semestre enero-mayo 2017

Profesor: Víctor M. Pérez Abreu C., pabreu@cimat.mx. Oficina I-24, ext. 4633.
Horario y lugar: lunes y miércoles de 11.00 a 12.20 horas. Salón G103 de CIMAT.
Ayudantes: Adrián de Jesús Celestino adrianceles@cimat.mx.
José Hermenegildo Ramírez hermenegildo.ramirez@cimat.mx.
Sesión de Problemas: Viernes de 9.30 a 10.50 horas. Salón G103 de CIMAT.

I. Objetivos

Que al final del curso el alumno sea capaz de:

1. Dominar los principales tipos de convergencia usados en probabilidad.
2. Aplicar la teoría de las principales transformadas de medidas de probabilidad y herramientas analíticas para su estudio (Fourier, Cauchy, Laplace, método de momentos), en diversos problemas de probabilidad moderna.
3. Comprender el teorema central del límite en sus diferentes versiones y sus pruebas.
4. Entender las distribuciones infinitamente divisibles y su génesis.
5. Conocer y aplicar el teorema de Radon-Nikodym.
6. Comprender el concepto de esperanza condicional y sus principales resultados.
7. Entender las principales desigualdades y teoremas límites para martingalas en tiempo discreto y dominar su demostración y aplicaciones principales.
8. Saber de diversas técnicas de probabilidad moderna.

II. Conocimientos previos

Medida e Integración en Espacios Abstractos. Espacio de medida, construcción de medidas, teorema de extensión de medidas, medidas de Lebesgue-Stieltjes, función medible, integral de Lebesgue, lema de Fatuo, teoremas de convergencia monótona y dominada, medidas producto, teorema de Fubini, espacios Lp. Convergencia en medida y casi segura.

Probabilidad. Espacio de probabilidad, variables aleatorias, variables aleatorias y sigma álgebras independientes, momentos, construcción de variables aleatorias independientes, Lema de Borel-Cantelli, leyes 0-1, convergencia casi segura, ley fuerte de los grandes números.

III. Contenido sintético

1. Repaso de Independencia. Intercambiabilidad. Convergencia de series de variables aleatorias independientes. Teorema de convergencia de tres series de Kolmogorov.
2. Tipos de convergencia en teoría de la medida y probabilidad.
3. Transformadas de Fourier, Cauchy y Laplace. Convolución de medidas de probabilidad y sumas de variables aleatorias independientes.
4. Convergencia en distribución y resultados asociados. Método de momentos y Teorema de Wigner. Teorema de continuidad de Lévy.
5. Distribuciones límite para sumas de variables aleatorias independientes. Teorema del límite central y distribuciones infinitamente divisibles.
6. Distribuciones en esferas y productos de ellas. Teorema de Poincaré.
7. Continuidad absoluta de medidas. Teorema y derivada de Radon-Nikodym.

8. Esperanza condicional con respecto a sigma álgebras. Propiedades principales.
9. Martingalas en tiempo discreto. Desigualdades y convergencia.
10. Temas selectos dependiendo del interés de los alumnos.

IV. Evaluación del curso

1. 20% por asistencia a clase, participación en el planteamiento y solución de problemas tanto en las sesiones teóricas como en las prácticas, exámenes rápidos (quizes), y proyectos especiales.
2. 40% **de tareas bisemanales** que se entregan en miércoles.
3. 45% de **tres exámenes parciales**.
   3.1 Primer examen parcial: **sábado 25 de febrero**, de 10 a 14 horas, en el salón de clase. Sin consultar libros, apuntes, dispositivos electrónicos o acordeones.
   3.2 Segundo examen parcial: en un **viernes a definirse**, en dos partes: La primera parte de 16 a 19 hrs en el salón sin poder consultar libros, apuntes o acordeones. La segunda parte es a casa y se entrega el sábado siguiente a las 19 horas.
   3.3 Tercer examen parcial: un **sábado por definirse** de 10 a 14 horas, en el salón de clase. Sin consultar libros, apuntes, dispositivos electrónicos o acordeones.
4. Los alumnos que deseen mejorar su calificación, pueden presentar un **examen final** sobre el material de todo el curso, con cuatro horas de duración, con el requisito de haber presentado todos los exámenes parciales y haber entregado todas las tareas.

V. Bibliografía recomendada (Libros en reserva en la biblioteca).

1. *Probability: A Graduate Course.* A. Gut, Springer, 2dn Edition, 2013. (Springer Link).
2. *Measure Theory and Probability Theory.* K.B. Athreya y S.N. Lahiri, 2006, Springer.
3. *A Probability Path.* S. Resnick. Birkhauser, 1999. QA273. R434.
4. *A Course in Probability Theory.* K. L. Chung. Academic Press, 3er Edition, 2000. QA273 C577. (un clásico).
5. *Notes on Measure Theory and Probability.* R. Leadbetter y S. Cambanis. Universidad de Carolina del Norte en Chapel Hill. QA312 C174. (es ahora un libro).
6. *Probability Theory.* R. G. Laha y V. K. Rohatgi. Wiley, 1989. QA273 L183.
7. *Probability and Measure*. P. Billingsley. Wiley, 2002. QA273 B54.
8. *Foundations of Modern Probability.* O. Kallenberg, Springer, 2002, QA273.K285.
9. *Probability,* L. Breiman, SIAM, 1992 (Reimpresión de 1968), QA273.B864.
10. *Probability and Measure Theory.* R. Ash, Academic Press, QA273.A83.
11. *Probability: Theory and Examples.* R. Durret, Cambridge University Press, 2010

VI. Otras fechas importantes en el semestre

Vacaciones de Semanas Santa y Pascua: 10 al 21 de abril.
Días festivos y sin clase: lunes 6 de febrero, lunes 20 de marzo, lunes 1 de mayo y viernes 5 de mayo.
Fin de cursos: viernes 26 de mayo. **Exámenes finales:** 29 de mayo a 2 de junio.