

MODELOS ESTOCASTICOS II

OBJETIVOS GENERALES

- (a) Que el alumno se familiarice con las herramientas básicas de probabilidad y su utilidad en la modelación estocástica.
- (b) Introducir los modelos fundamentales de procesos estocásticos discretos y continuos.
- (c) Adquirir intuición sobre los modelos estudiados así como habilidad para hacer simulaciones utilizando herramientas informáticas.
- (d) Hacer uso de la inferencia estadística para, en los temas que así lo permitan, obtener información de los modelos estudiados.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

Estudiar las propiedades básicas de los procesos de renovación, de las cadenas de Markov a tiempo continuo, del movimiento browniano y más generalmente de las difusiones, así como entender su utilidad para modelar fenómenos que se observan de diversas disciplinas.

TEMARIO

1. Procesos de Renovación.

- 1.1. Definición y propiedades básicas.
- 1.2. Relación de Wald.
- 1.3. Ecuación de renovación, existencia y unicidad de solución a la ecuación de renovación.
- 1.4. Comportamiento asintótico (Teorema elemental de renovación).
- 1.5. Distribuciones asociadas a un proceso de renovación (edad, tiempo de vida residual y tiempo de vida total del componente en funcionamiento)
- 1.6. Los teoremas de Renovación de Blackwell y de Smith o teorema clave de renovación: tiempos de vida absolutamente continuos.
- 1.7. Distribuciones asintóticas del número de renovaciones, de la edad, tiempo de vida residual y tiempo de vida total del componente en funcionamiento.
- 1.8. Aproximaciones de la función de renovación.
- 1.9. Aplicaciones importantes: Modelos de replazos. Procesos de renovación dependientes de la edad. Teoría de riesgo (problema de la ruina, estimación de Cramér) sistemas de espera.
- 1.10. Simulación.

2. Cadenas de Markov con Tiempo Continuo. Procesos de Nacimiento y Muerte.

- 2.1. Cadenas de Markov a tiempo continuo.
- 2.2. Funciones de transición.
- 2.3. Generador infinitesimal o Q matriz. Ecuaciones 'forward' y 'backward' de Kolmogorov.

- 2.4. Procesos de Nacimiento y Muerte.
- 2.5. Ejemplos importantes: Procesos de Poisson Compuesto. Proceso de Nacimiento y Muerte con dos estados y en general. Procesos de Ramificación dependiente de la edad y con inmigración. Proceso de Yule, Proceso de Yule con inmigración. Modelo de Moran, Proceso de ramificación con crecimiento logístico. Sistemas de espera Markovianos $M/M/1$, $M/M/K$, $M/M/\infty$, $M/M/k/s$, fórmula de Little. Modelos de poblaciones con desastres.
- 2.6. Cadena de Markov subyacente.
- 2.7. Propiedades de un proceso Markoviano de saltos (irreducibilidad, transitoriedad, cero y positivo recurrente)
- 2.8. Existencia y unicidad de vectores invariantes.
- 2.9. Inferencia Estadística para cadenas con tiempo continuo
- 2.10. Comportamiento asintótico: límites de probabilidades de transición, teorema ergódico y aplicaciones.
- 2.11. Ecuaciones de Balance detallado y Reversibilidad.
- 2.12. Simulación de las trayectorias y aplicaciones del teorema ergódico.
- 2.13. Probabilidades invariantes de los ejemplos importantes.

3. Caminatas aleatorias y Movimiento Browniano.

- 3.1. Caminatas aleatorias. Principio de reflexión, distribución del máximo, tiempos de llegada.
- 3.2. De la caminata aleatoria al movimiento Browniano. Principio de invariancia, principio de reflexión, distribución del máximo, tiempos de llegada.
- 3.3. Simulación de las trayectorias de un movimiento Browniano.
- 3.4. Propiedades fundamentales del movimiento Browniano. Continuidad y diferenciabilidad en ninguna parte de las trayectorias. Propiedad de Markov. Salida de un intervalo
- 3.5. Movimiento Browniano con deriva.
- 3.6. Puente Browniano y la estadística de Kolmogorov Smirnov.
- 3.7. Movimiento Browniano reflejado.
- 3.8. Proceso de Ornstein-Uhlenbeck.

4. Difusiones

- 4.1. Definición
- 4.2. Aproximación por difusión
- 4.3. Speed measure y función de escala
- 4.4. Salida de un intervalo
- 4.5. Ejemplos. Modelo de Wright-Fisher

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

(1) Ishwar V. Basawa; B.L.S. Prakasa Rao: Statistical inference for stochastic processes, London: Academic Press, Probability and Mathematical statistics 1980

- (2) Bhat, U.Narayan, Gregory K. Miller, Elements Of Applied Stochastic Processes, New York : John Wiley
- (3)M. E. Caballero, V. Rivero, G. Uribe, C. Velarde. , Cadenas de Markov. Un enfoque elemental. Aportaciones Matemáticas: Textos # 29, Sociedad Matemática Mexicana, 2004.
- (4)R. Durrett: Essentials of Stochastic Processes. Springer (1999).
- (5) W. Feller: An introduction to probability theory and its applications, Vol. II, 1965.
- (6) G. R. Grimmett & D.R. Stirzaker. Probability and Random Processes. 2nd . Ed. Oxford, 1992
- (7) P.G. Hoel, Port, S.C. & Stone, Ch. J. Introduction to stochastic processes. Houghton Mifflin, 1972.
- (8) D. Kannan. An Introduction to stochastic processes. North Holland, 1979.
- (9) S. Karlin & Taylor, H.M. A first course in stochastic processes (Second Edition). Academic Press, 1975.
- (10) G. F. Lawler: Introduction to stochastic processes. Chapman & Hall, Probability Series 2000.
- (11) J. Norris: Markov Chains. Cambridge University Press 1997.
- (12) S.I. Resnick. Adventures in stochastic processes. Birkhäuser 1992.
- (13) S. M. Ross. Introduction to probability models. Academic Press 1997.
- (14) S. M. Ross. Simulation, Academic Press; 3rd edition (2001).
- (15) D. Stirzaker. Stochastic processes and Models, Oxford University Press (2005).

Las referencias (4), (9) (12) (13) y (15) son las que pueden resultar más útiles tomando en cuenta los objetivos de los cursos.