

Curso de maestría y doctorado, Centro de Investigación en Matemáticas, CIMAT:

Cómputo Científico para Probabilidad y Estadística

Objetivos: 1) Introducción en general al análisis numérico, su bibliografía básica y su relación con problemas en estadística y probabilidad aplicada, 2) Introducir a la complejidad y diversidad de temáticas involucradas en problemas de álgebra lineal numérica, optimización y simulación estocástica, 3) entrenar al estudiante en el cómputo científico, mediante la implementación de algoritmos en algún lenguaje de alto nivel.

Este es un curso donde se estudian resultados rigurosamente pero el énfasis es en que los estudiantes implementen algoritmos en la computadora, entiendan de primera mano las dificultades que esto conlleva, manejen y entiendan las herramientas de software disponibles y no vean a dichas herramientas de software solamente como cajas negras.

Requisitos: 1) Algebra lineal. 2) Un curso de Probabilidad. 3) Programación en algún lenguaje. 4) Leer el **Capítulo I** de Quarteroni, Sacco y Saleri (2000), QA297 Q26, **conceptos básicos de álgebra lineal y descomposición SVD**. El curso es independiente del lenguaje de programación. R, Python-SciPy o Matlab son los más comúnmente usados.

Temario: (se pone en paréntesis el número de clases destinadas aproximadas para cada tema, para un total de 30 clases)

Introducción: (2 clases, sesiones 1 y 2)

1. Motivación del curso, problemas de álgebra lineal numérica, optimización y simulación estocástica en Probabilidad y Estadística. Tipo de curso, lenguaje de programación a usar por cada alumno (1 clase).
2. Aritmética de punto flotante e implementación de algoritmos numéricos en la computadora. Tarea sin calificar: Simular de una normal de dimensión arbitraria y graficar una normal de dim 2 (1 clase).

Álgebra lineal numérica: (10 clases, sesiones 3-12)

3. Solución numérica de sistemas lineales de ecuaciones, Cholesky. Cap IV, sec. 20, 21 y 23 Trefethen. (3 clases)
4. Factorización QR y mínimos cuadrados. Cap II, sec. 6, 7, 8 y 11 Trefethen. (2 clases)
5. Condicionamiento de matrices y estabilidad. Cap III, sec. 12 y 14 Trefethen. (2 clases)
6. Cálculo de Eigenvalores. Cap V Trefethen. (3 clases): Factorización de Schur, sec. 25, 26 y 27.

Simulación estocástica: (12 clases, sesiones 13-24)

7. Generación de variables aleatorias I: (1 clase)
 1. Cómo generar físicamente variables aleatorias
 2. Números aleatorios vs. Pseudo-aleatorios
 3. Números pseudo aleatorios y herramientas de software
 4. Distribuciones no uniformes por inversión y composición. Mencionar algoritmos *ad hoc*.
8. Generación de variables aleatorias II: (1 clase)
 1. Distribuciones discretas.
 2. Rejection sampling.
 3. Funciones de v.a.'s y mezclas de distribuciones.
 4. Simulación de procesos de Poisson.
9. Métodos de remuestreo. (2 clases)
10. Markov chain Monte Carlo. (8 clases)

Optimización Clásica: (4 clases, sesiones 25-28)

11. Optimización determinística:
 1. Métodos de búsqueda en funciones unimodales, EM (1 clase)
 2. Método de Newton en funciones multimodales (1 clases)
12. Optimización estocástica:
 1. Recocido simulado (1 clase)
 2. Robbins-Monro (1 clases)

Temas selectos: (2 clases, sesiones 29 y 30)

- Simulación de EDEs, Euler-Murayama.
- Simulación en redes.
- Simulación de particiones aleatorias.
- Álgebra lineal en muy altas dimensiones.
- Temas avanzados de MCMC.
- Optimización: gradiente conjugado, métodos con y sin derivadas etc.
- Otros según los intereses de los estudiantes.

Bibliografía:

- O. Jones, R. Maillardet, A. Robinson, Introduction to Scientific Programming and Simulation Using R, Chapman & Hall/CRC The R Series, 2014
- Trefethen, L.N. y David Bau III (1997), Numerical Linear Algebra. Philadelphia: SIAM.
- Quarteroni, A.Q., R. Sacco y F. Saleri (2000), Numerical Mathematics; Springer; New York.
- Heath, M.T. (2002), Scientific computing: an introductory survey. McGraw-Hill. New York.

- Watkins, D.S. (2004), *Fundamentals of Matrix Computations*, 2nd ed., Wiley.
- Robert, C. y Casella, G. (2004), *Monte Carlo Statistical Methods*, 2da edición, NY: Springer.
- Gamerman, D. y Lopes, H. (2006), *Markov Chain Monte Carlo: Stochastic Simulation For Bayesian Inference*, London: Chapman & Hall.
- Liu, J (2001), *Monte Carlo Strategies in Scientific Computing*, New York: Springer.
- Johannes Schneider, Scott Kirkpatrick (2006), *Stochastic Optimization*, Springer.
- Andreas Antoniou, Wu-Sheng Lu, (2007), *Practical Optimization: Algorithms and Engineering Applications*, Springer.
- Asmussen, Søren and Glynn, Peter W. (2007). *Stochastic Simulation: Algorithms and Analysis*. Springer.
- Iacus, S.M. (2008), *Simulation and Inference for Stochastic Differential Equations*, Springer, New York.
- Bouleau, N. and Lépingle, D. (1993), *Numerical methods for stochastic processes*, Wiley, New York.

Evaluación: con problemas de implementación en la computadora y reportes de experimentos numéricos. **Sin exámenes.**

Impacto: Esta materia promueve de manera natural

- 1) Inter disciplina.
- 2) Relaciones con otras materias.
- 3) Uso de computadora (muy en especial).
- 4) Conocimiento de la teoría (se hace énfasis en la teoría también, aunque la evaluación es hacia aspectos de implementación).
- 5) Ejemplos reales (en clase y en las tareas).

Propuesta: Andrés Christen.